



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

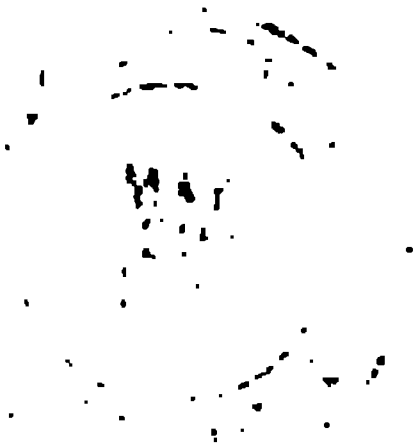
PAA
Amsterdam

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND XXXIII.

- 26535.



Inhalt.

Neue Folge. Band XXXIII.

Erstes Heft.

	Seite
I. F. Himstedt. Ueber eine neue Bestimmung der Grösse „ γ “	1
II. E. Cohn und L. Arons. Messung der Dielectricitätsconstante leitender Flüssigkeiten	13
III. E. Cohn und L. Arons. Nachtrag zu dem Aufsatz: „Leitungsvermögen und Dielectricitätsconstante“	31
IV. F. Tomaszewski. Beitrag zur Kenntniss der Dielectricitätsconstante der Flüssigkeiten	33
V. W. Kohlrausch. Ueber einen Zusammenhang zwischen Magnetisirbarkeit und electricischem Leitungsvermögen bei den verschiedenen Eisensorten und Nickel	42
VI. K. Hartwig. Die electriche Leitungsfähigkeit von Lösungen einiger Glieder der Fettsäurereihe in Wasser und einigen Alkoholen	58
VII. C. Fromme. Ueber das Maximum der galvanischen Polarisation von Platinelectroden in Schwefelsäure	80
VIII. A. v. Ettingshausen. Bemerkungen zu dem Aufsatz: „Ueber eine neue polare Wirkung des Magnetismus auf die galvanische Wärme in gewissen Substanzen“	126
IX. A. v. Ettingshausen. Ueber den Einfluss magnetischer Kräfte auf die Art der Wärmeleitung im Wismuth	129
X. H. Ebert. Ueber den Einfluss der Schwellenwerthe der Lichtempfindung auf den Charakter der Spectra	136
XI. H. Ebert. Ueber den Einfluss der Dicke und Helligkeit der strahlenden Schicht auf das Aussehen des Spectrums	155
XII. F. Kurlbaum. Bestimmung der Wellenlänge Fraunhofer'scher Linien	159

	<i>Seite</i>
XIII. C. Pulfrich. Ein experimenteller Beitrag zur Theorie des Regenbogens und der überzähligen Bogen	194
XIV. C. Pulfrich. Ueber eine dem Regenbogen verwandte Erscheinung der Totalreflexion	209
XV. M. Wolf. Bestimmung der chromatischen Abweichung achromatischer Objective	212
XVI. K. L. Bauer. Ein einfacher Apparat zur Vorführung aller Lagen zweier Punkte, welche eine gegebene Strecke harmonisch theilen, sowie aller Lagen eines durch einen sphärischen Spiegel oder eine sphärische Linse erzeugten Bildes	218
XVII. K. Ångström. Die Volumen- und Dichtigkeitsveränderungen der Flüssigkeiten durch Absorption von Gasen	223
XVIII. C. Fromme. Zur Frage nach dem Maximum des temporären Magnetismus	234
XIX. C. Fromme. Zur Frage der anomalen Magnetisirung	236
XX. W. v. Uljanin. Bemerkung zu einer Stelle in Hrn. Exner's Abhandlung über Contacttheorie	238
XXI. F. Braun. Berichtigung, die Compressibilität des Steinsalzes betreffend	239
Nekrolog: G. R. Kirchhoff	240

Geschlossen am 15. December 1887.

Zweites Heft.

I. E. Wiedemann u. H. Ebert. Ueber den Einfluss des Lichtes auf die electrischen Entladungen	241
II. G. Meyer. Ueber die thermische Veränderlichkeit des Daniell'schen Elements und des Accumulators	265
III. A. Berliner. Ueber das Zerstäuben glühender Metalle	289
IV. F. Narr. Ueber die Leitung der Electricität durch die Gase	295
V. W. Hallwachs. Ueber den Einfluss des Lichtes auf electrostatisch geladene Körper	301
VI. F. Stenger. Zur absoluten Messung magnetischer Felder	312
VII. F. Braun. Bemerkung über die Erklärung des Diamagnetismus	318
VIII. G. Tammann. Ueber eine dynamische Methode zur Bestimmung der Dampfspannungen	322

Viertes Heft.

	Seite
I. Fr. Stenger. Ueber die Gesetzmässigkeiten im Absorptionsspectrum eines Körpers	577
II. A. v. Oettingen u. A. v. Gernet. Ueber Knallgasexplosion	586
III. E. Lecher. Ueber electromotorische Gegenkräfte in galvanischen Lichterscheinungen	609
IV. S. Arrhenius. Ueber das Leitungsvermögen beleuchteter Luft	638
V. W. C. Röntgen u. J. Schneider. Ueber die Compressibilität des Wassers	644
VI. F. Meyer zur Capellen. Mathematische Theorie der transversalen Schwingungen eines Stabes von veränderlichem Querschnitt	661
VII. F. Kohlrausch. Das Wärmeleitungsvermögen harten und weichen Stahles	678
VIII. L. Natanson. Ueber die kinetische Theorie unvollkommener Gase	683
IX. F. Narr. Zum Verhalten der Electricität in Gasen . . .	702
X. A. Gockel. Bemerkungen zu einem Aufsätze des Hrn. P. Duhem, die Peltier'sche Wirkung in einer galvanischen Kette betreffend	710
Berichtigungen	712

Geschlossen am 1. März 1888.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I.	Himstedt, Fig. 1. — W. Kohlrausch, Fig. 2—6. — Hartwig, Fig. 7—10. — Fromme, Fig. 11—14.
Taf. II.	Kurlbaum, Fig. 1—2. — Pulfrich, Fig. 3—10. — Wolf, Fig. 11—14. — Bauer, Fig. 15—16. — Ångström, Fig. 17.
Taf. III.	E. Wiedemann u. Ebert, Fig. 1—4. — G. Meyer, Fig. 5—10. — Berliner, Fig. 11. — Narr, Fig. 12. — Stenger, Fig. 13.
Taf. IV.	Tammanu, Fig. 1—2. — Ketteler, Fig. 3—6. — Oosting, Fig. 7—9.
Taf. V.	Dieterici, Fig. 1—2. — Winkelmann, Fig. 3. — v. Ettingshausen, Fig. 4—5. — Schmidt, Fig. 6—16. — Wolf, Fig. 17. — v. Wyss, Fig. 18—20.
Taf. VI.	Lecher, Fig. 1—5. — Arrhenius, Fig. 6—7. — Röntgen u. Schneider, Fig. 8—9.
Taf. VII.	v. Oettingen.

Hr. J. J. Thomson hat darauf aufmerksam gemacht, dass die von Maxwell gegebene Formel nicht streng richtig ist und durch die folgende ersetzt werden muss:

$$(I_a) \quad n \frac{C + \gamma}{v^2} = \frac{w_1}{w_2 w_3} \cdot \frac{1 - \frac{w_1^2}{(w_1 + w_2 + g)(w_1 + w_3 + e)}}{\left(1 + \frac{w_1 e}{w_2 (w_1 + w_3 + e)}\right) \left(1 + \frac{w_1 g}{w_3 (w_1 + w_2 + g)}\right)},$$

wo g der Widerstand des Galvanometers, e der der Batterie ist. Ich habe nach dieser genaueren Formel gerechnet, doch darf ich bemerken, dass bei meinen Apparaten die hieraus für v sich ergebende Correction 0,01 bis 0,03 Proc. betrug.

Der Condensator.

Der Condensator war derselbe Plattencondensator, welchen ich auch zu der ersten Bestimmung verwendet habe.¹⁾ Den Durchmesser der Platten habe ich von neuem mit dem Comparator gemessen und auf ein von Lingke in Freiberg geliefertes Normalmeter reducirt, das im Frühjahr in der Normalaichungscommission in Berlin mit dem dortigen Normalmeter verglichen war. Das Mittel aus zwei Messungen hat für den mittleren Radius der Platten ergeben:

$$r = 24,972 \text{ cm},$$

ein Werth, der mit dem früher gefundenen $r = 24,9735 \text{ cm}$ so weit übereinstimmt, dass die Differenz hier gar nicht in Frage kommt.

Die Glasstückchen, welche zwischen die beiden Stahlplatten gelegt wurden, um dieselben voneinander zu isoliren, habe ich nicht von neuem messen können, da ich hier nicht über ein Sphärometer von hinreichender Genauigkeit verfügte. Versuche, die Dicke wenigstens der dünneren Glasplättchen direct mit einem Mikroskop mit Ocularmikrometer zu bestimmen, führten nicht zum Ziel, indem wiederholte Messungen Werthe ergaben, die fast um 1 Proc. voneinander abwichen, also zeigten, dass auf diese Weise die erforderliche Genauigkeit nicht erreicht werden konnte. Dasselbe

rechnete Capacität eingesetzt hat, so muss er dadurch für v einen zu kleinen Werth gefunden haben.

1) l. c. p. 563.

erfolgte, wenn einer jener Widerstände um 0,1 Proc. geändert würde. Der Scalenabstand betrug annähernd 4,5 m.

Der Stimmgabelunterbrecher.

Für die Ladung und Entladung des Condensators habe ich wieder mit bestem Erfolge einen Stimmgabelunterbrecher benutzt. Die Bügel aus Kupferdraht mit angelötheten feinen Platinspitzen, welche die Verbindungen zwischen den Quecksilbernäpfen 1, 2, resp. 3, 4 herstellen sollten, waren dabei wieder auf Siegellackstücken befestigt, die auf die untere, resp. obere Stimmgabelzinke gekittet waren. Ebenso waren die Quecksilbernäpfchen aus Glas wieder auf 4—5 cm lange Siegellackstangen gesetzt, und diese dann auf die Köpfe der Schrauben gekittet, mit welchen die Näpfchen gehoben und gesenkt werden konnten. Die Zuleitung zu dem Quecksilber geschah durch Platindrähte. Von den Enden eines Bügels z. B. 1, 2 war das eine so lang, dass es ständig ins Quecksilber tauchte, und nur das andere wurde durch die Schwingungen der Gabel abwechselnd eingetaucht und herausgehoben.

Die Schwingungszahl der Stimmgabel wurde wieder mit Hülfe des phonischen Rades bei jedem Versuche in der früher beschriebenen Weise bestimmt. Die Zahl der Unterbrechungen in einer Secunde konnte durch Laufgewichte von 107 auf 49 herabgedrückt werden.

Die Widerstände.

Die Widerstände waren theils aus 0,1 mm starkem Nickelindraht, theils aus dickeren Neusilberdrähten hergestellt. Alle Drähte waren doppelt mit weisser Seide umspinnen und bifilar auf Holzröllchen gewickelt. Die Widerstände der einzelnen Rollen betrugen 0,25 bis 20000 S.-E. Je fünf solcher Rollen waren in ein Glasgefäss mit 2—3 l Kaiseröl eingesenkt, sodass also nie mehr als 100 000 S.-E. in einem Gefässe sich befanden. Die Holzrollen waren dabei an den dicken Zuleitungsdrähten aufgehängt, und diese an Hartgummiplättchen geschraubt, welche auf dem Holzdeckel der Art befestigt waren, dass nirgend der Draht mit dem

w_1 resp. ω und w_2, w_3 die Widerstände der drei Zweige der Wheatstone'schen Brücke (cfr. p. 5) in S.-E.
 E die Anzahl der Elemente.

$C = 350,204 \text{ cm.}$

Nr.	n	w_1	ω	w_2	w_3	E	$v \cdot 10^9$
1	107,053	3473,4	351,7	101 140	788 534	50	30,059
2	107,106	3472,5	355,4	101 140	788 534	50	30,089
3	103,278	3358,7	355,3	101 041	787 660	50	30,069
4	108,035	3342,7	355,2	101 041	787 660	50	30,112
5	90,537	2944,2	311,5	101 041	787 660	50	30,070
6	81,509	2651,6	279,8	101 062	787 356	68	30,056
7	68,230	2222,0	236,9	101 072	787 444	68	30,060
8	52,738	1723,4	189,0	101 087	787 788	68	30,066
9	48,831	1595,3	176,1	101 108	787 934	68	30,086
10	99,278	5355,6	565,2	165 072	801 624	88	30,101
11	98,673	2334,7	256,2	63 952	902 693	78	30,088
12	102,552	4540,1	490,5	130 007	837 046	75	30,099
13	102,030	4545,6	490,6	130 007	837 046	75	30,077
14	98,850	4396,8	475,1	130 007	837 046	80	30,103
Mittel							30,081

Als Endresultat dieser Versuche hat sich mithin ergeben:
 $v = 30,081 \cdot 10^9 \text{ cm/sec,}$

während die früher mit dem Differentialgalvanometer ausgeführten Messungen ergeben hatten:
 $v = 30,074 \cdot 10^9 \text{ cm/sec.}$

Die fast vollkommene Uebereinstimmung ist natürlich nur Zufall, denn die einzelnen Messungen weichen, wie vorstehende Tabelle erkennen lässt, um fast 0,2 Proc. voneinander ab. Um aber ein Urtheil zu ermöglichen über die erreichte Genauigkeit stelle ich die grössten und kleinsten Werthe hier zusammen, welche bei beiden Bestimmungen erhalten wurden.

	Grösster Werth	Kleinsten Werth
1. Bestimmung	$v = 30,132 \cdot 10^9$	$v = 30,032 \cdot 10^9,$
2. „	$v = 30,112 \cdot 10^9$	$v = 30,056 \cdot 10^9.$

Zu bemerken ist dabei noch, dass die beiden Bestimmungen nach verschiedenen Methoden und mit verschiedenen Apparaten ausgeführt wurden.
Darmstadt, October 1887.

Es ergaben sich folgende Dielectricitätsconstanten:

1) Destillirtes Wasser. — Die untersuchten Proben hatten ein sehr verschiedenes Leitungsvermögen. Destillirtes Wasser aus dem Vorrathsballon des Instituts gab zunächst, im Electrometer selbst auf seinen Widerstand untersucht:

$$\mu = 74,9 \text{ und } \lambda = 11 \cdot 10^{-10}.$$

Einige Zeit später:

$$\mu = 77,9 \text{ und } \lambda = 11 \cdot 10^{-10}.$$

Es blieb im Electrometer und gab am nächsten Tag:

$$\mu = 76,4 \text{ und } \lambda = 16 \cdot 10^{-10}.$$

Anderes Wasser, sorgfältiger destillirt und frisch ins Electrometer gefüllt, ergab:

$$\mu = 75,3 \text{ und } \lambda = 3,4 \cdot 10^{-10}.$$

Die Ausschläge M_f konnten bei diesen Beobachtungen nur klein sein, wenn die gleichzeitigen Ausschläge F_f in den zulässigen Grenzen bleiben sollten. Wir fügen zur Erläuterung die Daten bei, aus denen der letzte Werth von μ berechnet wurde. Es war in aufeinander folgenden Beobachtungen:

F_f	375	855	565	539	
M_f	31	69	47	44,5	
F_f/M_f	12,1	12,4	12,0	12,1	im Mittel 12,15.

Vorher war bestimmt worden $M_0/F_0 = 6,20$. Daraus: $\mu = 12,15 \cdot 6,20 = 75,3$.

Dasselbe Wasser wurde nochmals untersucht, nachdem die Empfindlichkeit des Flüssigkeitselectrometers durch möglichst weites Herausziehen der Quadranten auf ihren kleinsten Werth gebracht war. Das Verhältniss F_f/M_f sank dadurch auf 4,97, sodass nun entsprechend grössere Werthe M_f beobachtet werden konnten. Gleichzeitig stieg aber natürlich der Quotient M_0/F_0 , und zwar auf 15,9, sodass dem grössten M_0 , welches zu beobachten war, jetzt nur noch ein Werth $F_0 = 63$ entsprach. Es ergab sich:

$$\mu = 4,97 \cdot 15,9 = 79,0 \text{ bei } \lambda = 3,4 \cdot 10^{-10}.$$

Die Abweichungen zwischen den Resultaten liegen in den Grenzen der Beobachtungsfehler. Es folgt:

Destillirtes Wasser hat eine Dielectricitätsconstante $\mu = 76$ mit einem zulässigen Fehler von höch-

von (1) und (2) zeigt, dass dieses Resultat, falls das electrodynamische Glied nicht verschwindet, nur erhalten werden konnte, wenn $\partial c / \partial \vartheta$ und $\partial p / \partial \vartheta$ bei allen Formänderungen des flüssigen Leiters stets dasselbe Verhältniss bewahrt hätten. — Zu dem Schluss, dass D_1 gegen D verschwindet, gelangt man ferner durch die übereinstimmenden Resultate, welche die Messungen an Wasser von verschiedener Reinheit und an Aethylalkohol von verschiedenem Salzgehalt lieferten, obwohl die Leitungsvermögen im Verhältniss von $1:\sqrt{22}$, resp. $1:\sqrt{27}$ variirten. Gl. (2) zeigt nämlich, dass D_1 proportional dem Quadrat des Leitungsvermögens wächst; hätte es also z. B. bei dem am schlechtesten leitenden Wasser einen Fehler von 5 Proc. in der Bestimmung von $\mu = 76$ veranlasst, so müsste bei dem am besten leitenden Wasser der wahre Werth der Dielectricitätsconstante mehr als 150 betragen haben, damit die Beobachtung wieder wie zuvor $\mu = 76$ liefern konnte. Die letztere Annahme widerspricht aber auch unseren früheren Erfahrungen¹⁾, dass procentisch geringe Zusätze, welche das Leitungsvermögen unter Umständen erheblich ändern, auf die Dielectricitätsconstante nur einen verschwindenden Einfluss haben.²⁾ Wir sind also zu der Behauptung berechtigt, dass das electrodynamische Glied D_1 überhaupt keine merkliche Grösse hatte.

Ausser dem bisher besprochenen Einwand, der in der Theorie des Versuchs selbst seine Begründung findet, machte sich eine Reihe weiterer Bedenken geltend, die weniger genau formulirt werden können.

In der Flüssigkeit konnten mechanische Strömungen entstehen und die Nadel in Bewegung setzen. Wenn solche auf die Messungen Einfluss hatten, so müsste ihre Wirkung, damit die Beobachtung gleichwohl constante Werthe für μ liefern konnte, nothwendig 1) dem Quadrat der Potentialdifferenz proportional sein, unabhängig von der Intensität der electrischen Strömung und 2) in derselben Weise von der Form der Flüssigkeit abhängen, wie das gesuchte elec-

1) Wied. Ann. 28. p. 475. 1886.

2) In Uebereinstimmung hiermit sind die jetzigen Beobachtungen an Xylolalkoholgemischen s. oben p. 22.

4) Citronenöl, $d_{15,0} = 0,853$.

t	E	D	arith. Mittel	\sqrt{D}	n	Δ
21° C.	10	2,255	2,247	1,4990	1,4706	0,0284
	15	2,250				
	20	2,242				
	25	2,249				
	35	2,239				

II. Homologe Verbindungen.

Aromatische Kohlenwasserstoffe.

1) Benzol, thiofenfrei. C_6H_6 . $d_{15,0} = 0,8850$.

t	E	D	arith. Mittel	\sqrt{D}	n	Δ
19,6° C.	10	2,243	2,218	1,4892	1,4757	0,0135
	15	2,221				
	20	2,220				
	25	2,197				
	35	2,209				

2) Toluol. C_7H_8 . $d_{15,0} = 0,872$.

t	E	D	arith. Mittel	\sqrt{D}	n	Δ
22° C.	10	2,312	2,303	1,5175	1,4713	0,0462
	15	2,321				
	20	2,300				
	25	2,292				
	35	2,290				

3) Paraxylol. C_8H_{10} . $d_{20,0} = 0,8603$.

t	E	D	arith. Mittel	\sqrt{D}	n	Δ
21,5° C.	10	2,386	2,383	1,5436	1)	—
	15	2,385				
	20	2,385				
	25	2,380				
	35	2,379				

4) Cumol. C_9H_{12} . $d_{15,0} = 0,8751$.

t	E	D	arith. Mittel	\sqrt{D}	n	Δ
20° C.	10	2,439	2,442	1,5627	1,4838	0,079
	15	2,443				
	20	2,446				
	25	2,447				
	35	2,435				

Aus diesen Beobachtungsergebnissen ergeben sich folgende Schlüsse:

1) Die Dielectricitätsconstanten isomerer Verbindungen sind verschieden.

1) Der Brechungsexponent wurde nicht bestimmt, weil sich Flüssigkeit nach der Bestimmung des D durch Zufall verunreinigte.

renden Kraft unabhängig sei. Wahrscheinlich treten Differenzen erst bei grossen Unterschieden der electrirten Kräfte merklich hervor. Ich konnte nicht viel mehr als 35 Elemente zur Ladung verwenden, weil dann das Spiegelbild über die Scala hinausging.

6) Die Gleichung $\sqrt{D} = n$ gilt nur näherungsweise.

7) Die von verschiedenen Forschern, ja oft auch von demselben Forscher nach verschiedenen Methoden erhaltenen Werthe der Constante D für dieselbe Flüssigkeit differiren bedeutend. So beträgt z. B. die Constante D des Benzols nach

Silow . . . 2,198

Quincke . . 2,050

Weber . . . 2,207

Negreano 2,2921; meine Messungen ergaben 2,218.

Silow findet für Terpentinöl nach zwei Methoden 2,153 und 2,153.

Diese Unterschiede sind wahrscheinlich grösstentheils durch verschiedene Reinheit der Flüssigkeiten bedingt.

Hr. Prof. Wroblewski hat mir im Verlauf der ganzen Untersuchung mit Rath beigestanden. Ich erfülle eine angenehme Pflicht, indem ich dem genannten Herrn für sein Wohlwollen meinen Dank ausspreche.

Krakau, im Juni 1887.

V. Ueber einen Zusammenhang zwischen Magnetisirbarkeit und electricischem Leitungsvermögen bei den verschiedenen Eisensorten und Nickel von W. Kohlrausch in Hannover.

(Hierzu Taf. I Fig. 2—6.)

1) Wird ein Stab oder ein Draht aus Eisen oder Stahl zur hellen Rothgluth oder zur Weissgluth erhitzt und dann sich selbst überlassen, so erfolgt seine Verkürzung beim Abkühlen bekanntlich nicht continuirlich, sondern bei dem Uebergang von der hellen zur dunklen Rothgluth; wenn die

war deshalb häufig ein anderes, als das unter der Voraussetzung, dass keine Volumänderung eintritt, nach der Formel:

$$s_m = \frac{v_1 s_1 + v s}{v_1 + v}$$

berechnete. Bezeichnet man das beobachtete specifische Gewicht mit S , das berechnete mit S_1 , so ist S/S_1 die Contraction.

In den folgenden Tabellen sind die Werthe von S , S_1 und S/S_1 für einen Theil der untersuchten Gemische zusammengestellt. Bei den übrigen Gemischen ist der Quotient S/S_1 so nahezu gleich Eins, dass eine Mittheilung der Werthe nicht interessiren kann. Für die wässerigen Lösungen von Ameisensäure und Buttersäure liegen Bestimmungen dieser Werthe von Lüdeking¹⁾ vor; ich habe dessen Resultate beigelegt. Ein Vergleich beider Resultate zeigt, dass der Gang der Werthe von S/S_1 in beiden Tabellen der gleiche ist. Meine Werthe sind jedoch sämmtlich etwas höher.

A. Wässerige Lösungen.

a. Ameisensäure.

Beobachter Hartwig.				Beobachter Lüdeking.			
g Säure in 100 g Lös.	S	S_1	S/S_1	S	S_1	S/S_1	g Säure in 100 g Lös.
100	1,2198	1,2198	1,0000	1,2182	1,2182	1,0000	100
55,21	1,1286	1,1099	1,0160	1,1306	1,1224	1,0073	56,1
28,18	1,0687	1,0525	1,0153	1,0708	1,0652	1,0053	29,9
14,35	1,0362	1,0253	1,0106	1,0348	1,0317	1,0030	14,5
7,79	1,0191	1,0130	1,0060	1,0191	1,0171	1,0019	7,8
4,03	1,0113	1,0063	1,0050	1,0102	1,0089	1,0013	4,0

b. Buttersäure.

100	0,9620	0,9620	1,0000	0,9549	0,9549	1,0000	100
35,82	1,0067	0,9850	1,0220	1,0020	0,9329	1,0194	37,9
19,43	1,0077	0,9913	1,0166	1,0047	0,9911	1,0137	19,6
9,68	1,0062	0,9950	1,0113	1,0037	0,9955	1,0082	9,8

B. Alkoholische Lösungen.

a. Essigsäure.

g in 100 g Lösung	S	S_1	S/S_1
100	1,0582	1,0582	1,0000
75,7	0,9796	0,9790	1,0006
47,06	0,9047	0,8998	1,0054
25,00	0,8519	0,8470	1,0058
6,29	0,8080	0,8068	1,0015

1) Lüdeking, Wied. Ann. 27. p. 72 ff. 1886.

Tabelle V. Buttersäure.

g_p	v_p	t	$k_t \cdot 10^9$	g_p	v_p	t	$k_t \cdot 10^9$
11,88	10,08	0,9	0,71	23,27	20,19	20,1	0,98
		12,8	0,87			30,1	1,18
		21,8	1,01	43,66	39,15	−0,9	0,57
		29,3	1,17			11,1	0,75
23,27	20,19	0,3	0,61			19,4	0,89
		10,8	0,78			28,1	1,10

C. Lösungen in Aethylalkohol.

Tabelle VI. Ameisensäure.

g_p	v_p	t	$k_t \cdot 10^9$	g_p	v_p	t	$k_t \cdot 10^9$
5,05	3,35	1,4	0,68	18,24	11,97	18,2	4,42
		11,5	0,81			28,9	4,93
		18,6	0,94	22,09	15,56	2,6	5,33
		29,9	1,15			11,2	6,13
9,52	6,40	−1,2	1,15			19,4	6,87
		13,2	1,51			28,0	7,69
		18,8	1,65	27,72	19,99	−1,2	7,84
		31,3	1,96			10,0	9,37
15,20	9,72	1,3	2,14			19,4	10,44
		11,3	2,59			30,1	11,67
		18,3	2,95	63,96	58,38	−0,6	39,21
		29,8	3,56			10,6	45,15
18,24	11,97	0,4	3,18			19,9	48,98
		11,6	3,90			29,3	51,72

Tabelle VII. Essigsäure.

6,29	4,81	1,4	0,104	25,00	20,14	30,8	0,334
		11,9	0,145			2,5	0,228
		21,4	0,175	47,06	40,23	12,4	0,297
		31,2	0,218			21,3	0,354
25,00	20,14	2,1	0,177			30,4	0,421
		12,3	0,238			16,6	0,212
		20,1	0,276	75,7	70,08	18,2	0,254

Tabelle VIII. Buttersäure.

12,01	9,07	0,9	0,084	23,30	20,7	20,0	0,155
		10,6	0,107			29,3	0,178
		20,6	0,140	41,46	37,14	−0,4	0,076
		30,3	0,178			11,0	0,099
23,30	20,17	0,7	0,090			20,4	0,123
		10,7	0,123			28,5	0,145

A. Wässerige Lösungen.

Tabelle XI. Fig. 7_a. Ameisensäure.

p	$k_0 \cdot 10^9$	$k_{18} \cdot 10^9$	$k_{30} \cdot 10^9$	$\alpha \cdot 10^3$	$\beta \cdot 10^5$
4,03	289,14	431,55	518,69	20,65	—10,1
7,79	424,96	587,96	719,81	27,28	—11,9
14,35	578,24	822,08	959,70	27,65	—14,9
28,18	739,88	994,55	1154,34	26,29	—18,1
55,21	561,02	752,36	908,21	22,69	— 3,0
100	46,9	64,73	79,92	18,15	+16

Das Leitungsvermögen wächst bis zu einem Gehalt von 30 Proc. langsamer als die Concentration und nimmt von hier an wieder ab. Bei höheren Temperaturen tritt das Maximum schon etwas früher ein. Die Verschiebung des Maximums mit der Temperatur ist jedoch hier wie bei den übrigen Lösungen so gering, dass die weiter unten abgeleiteten Gesetze für die Temperatur 18° auch für die anderen Temperaturen Gültigkeit haben. Die Temperaturcoefficienten α haben ihr Maximum schon bei 15 Proc. Die Coefficienten β sind negativ; ihr Maximum fällt mit dem der Leitungsfähigkeit ungefähr zusammen. Der reinen Säure entsprechen positive α und β .

Tabelle XII. Fig. 9_a. Buttersäure.

p	$k_0 \cdot 10^9$	$k_{18} \cdot 10^9$	$k_{30} \cdot 10^9$	$\alpha \cdot 10^3$	$\beta \cdot 10^5$
9,68	64,45	106,41	136,78	36,11	3,2
19,43	58,76	88,13	109,03	35,23	—36,5
35,82	36,22	54,80	68,22	31,10	—12,9

Das Maximum tritt bei einem Gehalte von 12 Proc. ein, wie sich aus Fig. 9_a ergibt, im übrigen hat die Curve grosse Aehnlichkeit mit der für Essigsäure, welche sich in Fig. 8_a vorfindet und der Arbeit F. Kohlrausch's¹⁾ entnommen ist. Die Coefficienten α haben auch ihr Maximum in der Nähe von 12 Proc., die Coefficienten β sind erst positiv, dann negativ. Auffallend ist der grosse absolute Werth von β für den Gehalt von 19,43 Proc.

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 159. Taf. V. Fig. 1. 1876.

Die Stromstärke lag bei den Säuren 7—20 zwischen 0,3 und 0,2 Amp., bei den Säuren 1—6 war sie kleiner und betrug bei Säure 1) nur 0,02 — 0,014 Amp.

Tabelle VII. (Cf. Fig. 13 und 14).

Säure	Procentg.	ρ	η	ρ	η
1	0,18	¹ 3,03	462		
		² 2,94	404		
2	0,3	³ 2,94	294		
3	0,9	⁴ 2,49	118		
4	1,9	⁵ 2,13	56,3	²² 2,12	53,7
5	2,7	⁶ 2,00	40,1	²³ 1,86	39,7
6	3,3	⁷ 1,70	30,9	²⁴ 1,45	32,0
7	4,5	⁸ 1,63[3]	23,9	²⁵ 1,53	23,9
8	5,8	⁹ 1,84	17,7	²⁶ 1,61	18,1
9	6,4	¹⁰ 1,80	16,4		
10	10,3	¹¹ 1,87	11,3		
11	13,8	¹² 1,92	9,4		
12	16,8	¹³ 1,93	8,4		
13	23,4	¹⁴ 2,00	7,15		
14	32,8	¹⁵ 2,12[1]	6,45		
15	40,4	¹⁶ 2,14	7,0		
16	47,1	¹⁷ 2,26	7,5		
17	49,8	¹⁸ 2,26	8,0		
18	53,9	¹⁹ 2,41	8,7		
19	57,8	²⁰ 2,55	9,4		
20	65,0	²¹ 2,65[7]	11,9		

Bei den Säuren 1—5 nahm die Stromstärke zuerst ab und dann wieder zu. Die Zunahme war am bedeutendsten bei Säure 1 — wo sie z. B. in Versuch 2) 16 Proc. des Minimalwerthes betrug — und wurde mit wachsender Concentration kleiner. Der Eintritt durchaus constanter Werthe der Stromintensität konnte nicht abgewartet werden. Bei Säure 1. dauerte der erste Versuch 15 Min., der zweite sofort folgende 18 Min. Von der bedeutenden Verschiedenheit des Widerstandes bei beiden Versuchen wird im § 10 die Rede sein. Bei den Säuren 6—20 nahm die Stromstärke nur bis zu einem kleinsten Werth ab.

Die Kathode erhielt schon bei Säure 2 eine dunkle Färbung, welche später immer intensiver wurde. Schwankungen

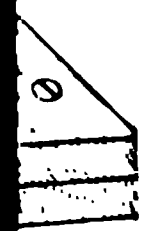
with. Kln

Th. yroes

ss H. 1A

Kaln. A

15



1143



ström Fig.17.

$$(4) \quad \frac{n'^2 - \mu^2 \frac{\lambda^2}{4d^2}}{\sin^2 e_\mu} = \frac{n'^2}{\sin^2 e_g} = n^2,$$

so ist damit die Incidenz e_μ gewissermassen auf die Incidenz des Grenzwinkels e_g reducirt. Es ist dies die Fundamentalformel für die Wiedemann-Trannin'sche Beobachtungsweise.

Um die hier besprochenen Verhältnisse möglichst anschaulich zu machen, habe ich noch die Intensität des durchgehenden Lichtes unter der Annahme:

$$n' = 1, \quad l = \lambda, \quad n = 1,333, \quad \rho = \rho', \quad d = 0,01 \text{ mm}$$

für eine grössere Anzahl Incidenzen berechnet. In der folgenden Tabelle I enthält die erste Columnne die Einfallswinkel e , die zweite die zugehörigen Werte von J_d und die dritte diejenige Intensität $(1 - \rho^2)$, welche (wie bei der Beleuchtung von Kohlrausch und Pulfrich) dem directen Uebergang des Lichtes aus dem Medium n', r in das Medium n, e entsprechen würde.

Tabelle I.

Intensitäten des durchgehenden Lichtes.

e	J_d	$1 - \rho^2$	e	J_d	$1 - \rho^2$
48° 34' 56''	0,0005	0	48° 32' 0''	0,011	0,162
50	0,0006	0,032	31 0	0,010	0,185
40	0,0008	0,052	30 0	0,027	0,204
30	0,001	0,066	29 0	0,087	0,221
20	0,002	0,077	28 20	0,791	0,232
0	0,005	0,094	11	1,000	0,285
33 40	0,020	0,109	0	0,733	0,237
23	0,120	0,120	27 40	0,260	0,242
18	0,649	0,123	26 20	0,042	0,260
15	1,000	0,125	24 0	0,029	0,288
10	0,450	0,128
0	0,096	0,133
32 45	0,032	0,141	17 17	1,000	0,350

Ueberblickt man die hiernach construirten Curven in Fig. 3, so steigt zunächst die Kohlrausch'sche Curve b der dritten und sechsten Columnne in dem dem genauen Grenzwinkel:

$$e_g = 48^\circ 34' 56''$$

$$\frac{1 - \frac{\mu_1^2}{2} q_1^2}{\nu_1} - \frac{1 - \frac{\mu_2^2}{2} q_2^2}{\nu_2} = \sin e_1 - \sin e_2 = \cos e \Delta e,$$

wo Δe den Unterschied der beiden Winkel e_1 und e_2 bedeutet. Diese kleine Winkelgrösse Δe im Inneren der Flüssigkeit ist freilich der mikrometrischen Messung nicht zugänglich, wohl aber die ihr entsprechende ΔE in der umgebenden äusseren Luft. Ist nämlich ν' der Brechungsexponent der Flüssigkeit gegen letztere, so ergibt die Variation des Brechungsgesetzes:

$$\sin E = \nu' \sin e$$

zwischen den zusammengehörigen Incrementen die Beziehung:

$$\cos E \Delta E = \nu' \cos e \Delta e + \sin e \Delta \nu'.$$

Bei nahezu normaler Incidenz und bei Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung kommt dafür einfacher:

$$\Delta e = \frac{\Delta E}{\nu'}.$$

Dies in vorstehende Gleichung eingeführt, gibt innerhalb derselben Genauigkeitsgrenzen:

$$(6) \quad \nu_2 - \nu_1 = \nu \cos e \Delta E + \frac{1}{2} (\mu_1^2 q_1^2 - \mu_2^2 q_2^2) \nu.$$

Und wenn schliesslich das rechts vorkommende e näherungsweise mit dem Grenzwinkel identificirt und in ν ausgedrückt wird, so lässt sich darin noch substituieren:

$$\nu \cos e = \sqrt{\nu^2 - 1}.$$

Die Gleichung (6) gestattet praktisch folgende dreifache Anwendung.

a. Setzt man unter Constanterhaltung der Farbe und Dichtigkeit $\nu_1 = \nu_2$, $q_1 = q_2$, bezieht also den Winkel ΔE auf die Entfernung zweier Interferenzstreifen μ_1 und μ_2 , so erhält man:

$$(7) \quad \frac{1}{2} (\mu_2^2 - \mu_1^2) q^2 = \cos e \Delta E$$

und vermöge der Bedeutung von q :

$$(7b) \quad 2d = \lambda \sqrt{\frac{\mu_2^2 - \mu_1^2}{2 \cos e \Delta E}}.$$

Mittelst dieser Gleichung berechnet sich die Plattendicke d , wenn die Wellenlänge λ bekannt ist.

$$n' = 1 + \frac{0,000\,292}{1 + 0,003\,665 \cdot t} \frac{p}{760}$$

den für die Temperatur t und den Barometerstand p geltenden Brechungsindex der Luft bedeutet.¹⁾ Sieht man von den Aenderungen des letzteren ab, so genügt schon der Ausdruck:

$$n = \nu + \frac{0,000\,292}{1 + 0,003\,665 \cdot t} \nu = \nu + f\nu,$$

und darf in demselben als Factor von f irgend ein constanter Mittelwerth des Brechungsexponenten ν benutzt werden. Ich habe die Zahlen $n' = 1 + f$ und die Logarithmen $\log f$ zwischen -30 und $+300^\circ$ von 10 zu 10° berechnet und will, um anderen die gleiche Mühe zu ersparen, auch diese Tabelle mittheilen.

Tabelle VI.

Brechung der Luft.

t	$n' = 1 + f$	$\log f$	t	$n' = 1 + f$	$\log f$
-30°	1,000 328 1	0,51604 - 4	140°	1,000 193 0	0,28551 - 4
-20	315 2	0,49849	150	188 4	0,27510
-10	303 1	0,48162	160	184 1	0,26497
0	292 0	0,46538	170	179 9	0,25503
$+10$	281 7	0,44973	180	175 9	0,24535
20	272 0	0,43466	190	172 1	0,23585
30	263 1	0,42006	200	168 5	0,22658
40	254 7	0,40597	210	165 0	0,21748
50	246 8	0,39240	220	161 7	0,20859
60	239 4	0,37906	230	158 4	0,19985
70	232 4	0,36618	240	155 4	0,19131
80	225 8	0,35372	250	152 4	0,18292
90	219 6	0,34163	260	149 5	0,17470
100	213 7	0,32980	270	146 8	0,16661
110	208 1	0,31826	280	144 1	0,15870
120	202 8	0,30780	290	141 6	0,15090
130	1,000 197 8	0,29615 - 4	300	1,000 139 1	0,14326 - 4

Zur Bestimmung der Temperatur der Flüssigkeit dienten zwei Thermometer von Geissler-Müller, die beide in Zehntelgrade getheilt waren. Das eine, ein sogenanntes Normalthermometer, reichte von 0 bis 100° , das andere, (aus Jenaer Glas) eigens für die Untersuchung angefertigt, von

1) Vgl. hierüber auch Ketteler, Theor. Optik. p. 481. u. Wied. Ann. 30. p. 287. 1887, sowie Chappuis u. Rivière, Compt. rend. 103. p. 37. 1886.

λ ist noch nicht definirt, wenn wir nicht angeben, für welches Medium die Wellenlänge gelten soll. Sie gelte momentan für den luftleeren Raum. Dadurch tritt in der Formel der Brechungsexponent n der Luft auf, $\lambda = (n \cdot \sin \delta / m) \cdot e$. Die Gitterconstante e sei bei der Temperatur t gleich e_t , dann ist $e_t = e_0 (1 + \varepsilon t)$.

Wir erhalten daher, wenn wir die Ablenkungswinkel einer Fraunhofer'schen Linie bei den verschiedenen Temperaturen t_1 und t_2 messen, bei denen der Brechungsexponent der Luft n_1 und n_2 sei, die Gleichungen:

$$\lambda = \frac{n_1 \sin \delta_1 e_0 (1 + \varepsilon t_1)}{m} = \frac{n_2 \sin \delta_2 e_0 (1 + \varepsilon t_2)}{m},$$

mithin:
$$\frac{\sin \delta_2 n_2}{\sin \delta_1 n_1} = \frac{1 + \varepsilon t_1}{1 + \varepsilon t_2},$$

wofür wegen der geringen Grösse von ε :

$$\frac{\sin \delta_2 n_2}{\sin \delta_1 n_1} = 1 + \varepsilon (t_1 - t_2)$$

gesetzt werden kann.

Ist der Einfallswinkel nicht gleich Null, und hat er die Grösse i , so wird die Formel:

$$\frac{\sin \delta_2 \cos (i_2 + \delta_2) n_2}{\sin \delta_1 \cos (i_1 + \delta_1) n_1} = 1 + \varepsilon (t_1 - t_2).$$

Die Berechnung von ε setzt also weder die Kenntniss von λ , noch die Einführung irgend einer Längeneinheit voraus.

Genau bekannt ist der Brechungsexponent der Luft und seine Abhängigkeit von Temperatur und Barometerstand, für 16° und 760 mm wurde der Brechungsexponent gleich 1,00278 gesetzt, er ist für jede Luftdichtigkeit leicht zu berechnen, da, wenn wir die Dichte d nennen:

$$\frac{n_1 - 1}{n_2 - 1} = \frac{d_1}{d_2} \quad \text{gesetzt werden darf.}$$

Die Ablenkungswinkel δ_1 und δ_2 wurden in der angegebenen Weise gemessen, t_1 und t_2 an einem Normalthermometer abgelesen. Die Herren Müller und Kempf¹⁾ sind der Ansicht, bei Metallgittern verursache die Bestimmung

1) Müller u. Kempf, Publ. d. astroph. Obs. z. P. 5. p. 11. 1896.

Reihe I.

1. Barom.	2. Temp.	3. δ			4. λ	5. s	6. Abw.
					mm 0,000	0,0000	
757	29,23	50	40	51,4	568 261	179	— 4
769	9,81		42	13,5	252		
"	28,99	49	58	11,2	562 488	190	+ 7
	10,25		59	33,2	440		
"	29,50	50	23	15,2	565 873	172	— 11
	10,48		24	31,3	856		
"	30,02	49	20	46,3	557 273	191	+ 8
	11,51		22	06,1	277		
"	30,26	49	07	55,3	555 483	181	— 2
	12,21		09	08,0	476		
"	30,45	48	49	00,9	552 834	187	+ 4
	12,35		50	15,0	833		
"	30,67	47	39	37,1	542 959	185	— 2
	13,27		40	45,2	957		
						183,5	$\pm 1,7$

Reihe II.

764	28,26	53	53	44,8	593 459	195	+ 5
766	12,82		55	05,5	466		
"	28,13	54	04	51,0	594 852	186	— 4
	12,65		06	08,4	851		
"	28,43	53	37	28,2	591 405	190	0
	13,12		38	45,4	407		
"	27,27	53	23	12,6	589 581	197	+ 7
	12,32		24	29,8	589		
"	29,83	53	13	38,2	588 375	186	— 4
	14,96		14	45,6	374		
"	28,72	53	20	45,3	589 283	199	+ 9
	14,24		22	01,1	293		
"	28,91	52	33	07,5	583 154	193	+ 3
	15,03		34	15,8	157		
763	29,44	52	02	02,4	579 097	193	+ 3
766	15,33		03	10,5	101		
"	29,63	51	40	52,6	576 305	182	— 8
	15,58		41	55,3	300		
"	29,90	51	00	38,7	570 930	178	— 12
	15,80		01	40,2	931		
						1 89,7	$\pm 1,5$

Absicht gewonnen wurde, zur Berechnung des Ausdehnungscoëfficienten zu dienen, dürfte dadurch kaum gelitten haben.

Bei der Vereinigung der Mittelwerthe der vier Reihen zu einem Gesamtmittel wurde berücksichtigt, dass die Reihen nicht gleichwerthig sind. Deshalb wurde jeder Mittelwerth mit einem Factor multiplicirt, der nach dem Product aus der mittleren Temperaturdifferenz und der Anzahl der Beobachtungen gebildet ist. Jede Zahl der Reihen 3 und 4 ist im Verhältniss zu denen der Reihe 1 und 2 an und für sich schon zweiwerthig, da ihnen jedesmal mindestens zwei Messungen zu Grunde liegen. Unter diesen Gesichtspunkten wurden den vier Reihen verschiedene Werthe beigelegt, und zwar verhalten sich die den Reihen 1, 2, 3 und 4 beigelegten Werthe wie 13:15:14:32, und das Gesamtmittel für ϵ wird gleich 1878.

Untenstehende kleine Tabelle gibt noch einmal die vier Mittelwerthe, ihre Abweichungen und die berechneten wahrscheinlichen Fehler. Der wahrscheinliche Fehler des Gesamtmittels ist unter der ungünstigen Annahme abgeleitet, dass diese vier Werthe die einzigen gewonnenen Resultate, und dass sie alle gleichwerthig seien.

	$\epsilon \cdot 10^8$	Abw.	W. F.
1	1835	-43	± 17
2	1897	+19	± 15
3	1888	+10	± 18
4	1881	+ 3	± 23
	1878		± 9

Danach würde der wahrscheinliche Fehler, an die zugehörige Decimalstelle gesetzt, $\epsilon = 0,000\,018\,78 \pm 9$ ergeben, es ist nun $0,000\,008\,5$ der von den Herren Müller und Kempf vorausgesetzte Ausdehnungscoëfficient des Glases. Wir sehen also, dass sich der berechnete wahrscheinliche Fehler in einer Decimalstelle befindet, die beim Ausdehnungscoëfficienten des Glases nicht mehr angegeben ist. Bedenkt man, dass derselbe für verschiedene Glassorten in der siebenten Decimalstelle noch sehr erheblich variirt, so wird man zugeben müssen, dass

hinzugefügt, *o* bezeichnet die obere Seite des Gitters, und zwar die Stelle, die 7 mm über der Mitte liegt, *u* die untere Seite, gleichfalls 7 mm von der Mitte. Unter *M* ist die Methode der Messung angegeben, die drei Methoden sind einfach nach der Reihenfolge, in der ich sie beschrieben habe (p. 385), mit 1, 2, 3 bezeichnet. Bei Methode 1 ist der Ablenkungswinkel δ , bei Methode 2 und 3 $\delta/2$ und $\delta/2 + i$ angegeben.

Tabelle I.

Bar.	Temp.	<i>O</i>	<i>M</i>	δ oder $\frac{1}{2}\delta$			$i + \frac{1}{2}\delta$			λ	Abw.
Gitter I. Linie 10. D_1 . mm 0,000											
766	12,32	2 o	1	53	24	29,8				589 589	+ 5
762	13,32	2 o	1	53	24	25,6				89	+ 5
755	19,45	3 o	3	38	44	54,6	15	51	01,9	88	+ 4
765	23,40	3 o	2	42	05	51,2	26	05	46,4	81	— 3
764	27,27	2 o	1	53	23	12,6				81	— 3
756	23,29	2 o	3	24	40	43,7	15	59	31,9	84	0
"	23,51	"	"	24	40	44,1		"		89	+ 5
"	23,66	3 o	"	38	46	37,0		"		82	— 2
"	24,05	"	"	38	46	39,3		"		94	+ 10
759	25,15	3 o	"	38	46	36,0	15	59	49,8	80	— 4
"	25,30	"	"	38	46	35,5		"		80	— 4
"	25,46	2 o	"	24	40	41,1		"		77	— 7
"	25,64	"	"	24	40	41,1		"		79	— 5
759	26,55	3 u	"	38	29	48,7	14	43	26,1	86	+ 2
"	26,91	2 u	"	24	31	04,1		"		82	— 2
23,02										589 584	\pm 0,9
Gitter II. Linie 10. D_1 .											
762	19,27	4	3	44	07	45,2	15	44	08,5	589 592	— 4
"	19,66	3	"	31	28	51,3		"		602	+ 6
"	20,12	2	"	20	22	22,7		"		585	— 11
764	24,39	2	1	42	04	40,4				604	+ 5
"	26,19	2	"	42	04	32,7				597	+ 1
766	26,46	3	3	31	33	29,8	16	12	05,5	596	0
"	26,52	4	"	44	15	08,2		"		595	— 1
762	22,32	4	"	44	11	51,6	15	59	24,8	603	+ 7
"	22,66	3	"	31	31	24,5		"		602	+ 6
"	22,96	5	"	60	37	15,8		"		592	— 4
763	30,03	4	"	44	09	04,2	15	51	06,3	593	— 3
"	30,18	3	"	31	29	38,8		"		590	— 6
764	15,08	3	"	31	30	50,0	15	54	36,0	596	0
"	15,37	4	"	44	10	53,3		"		600	+ 4
22,94										589 596	\pm 1,0

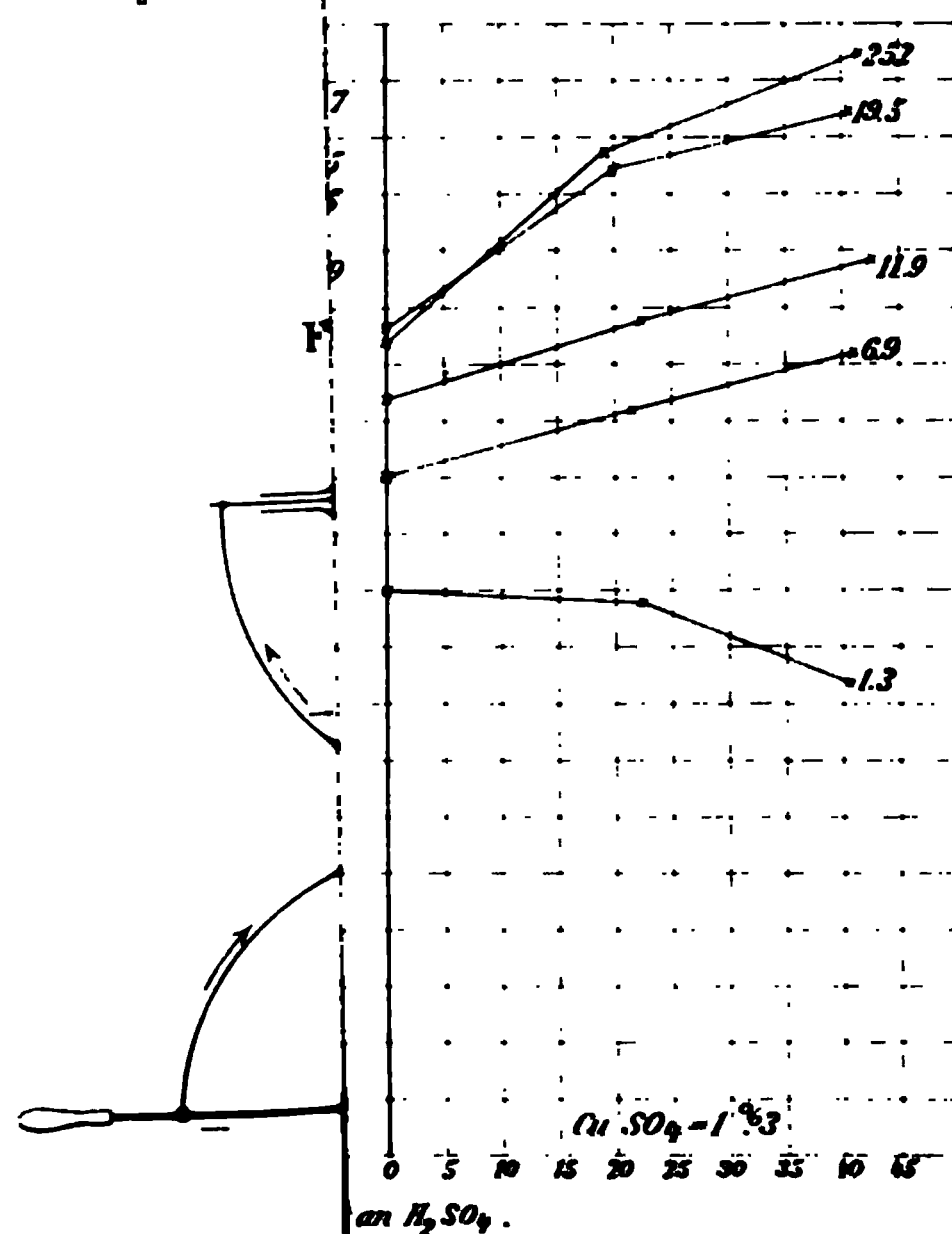
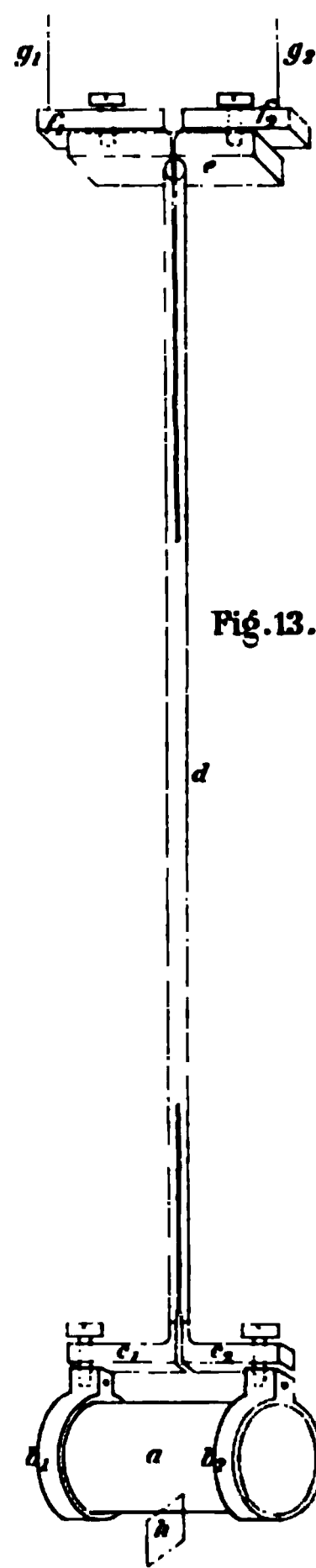
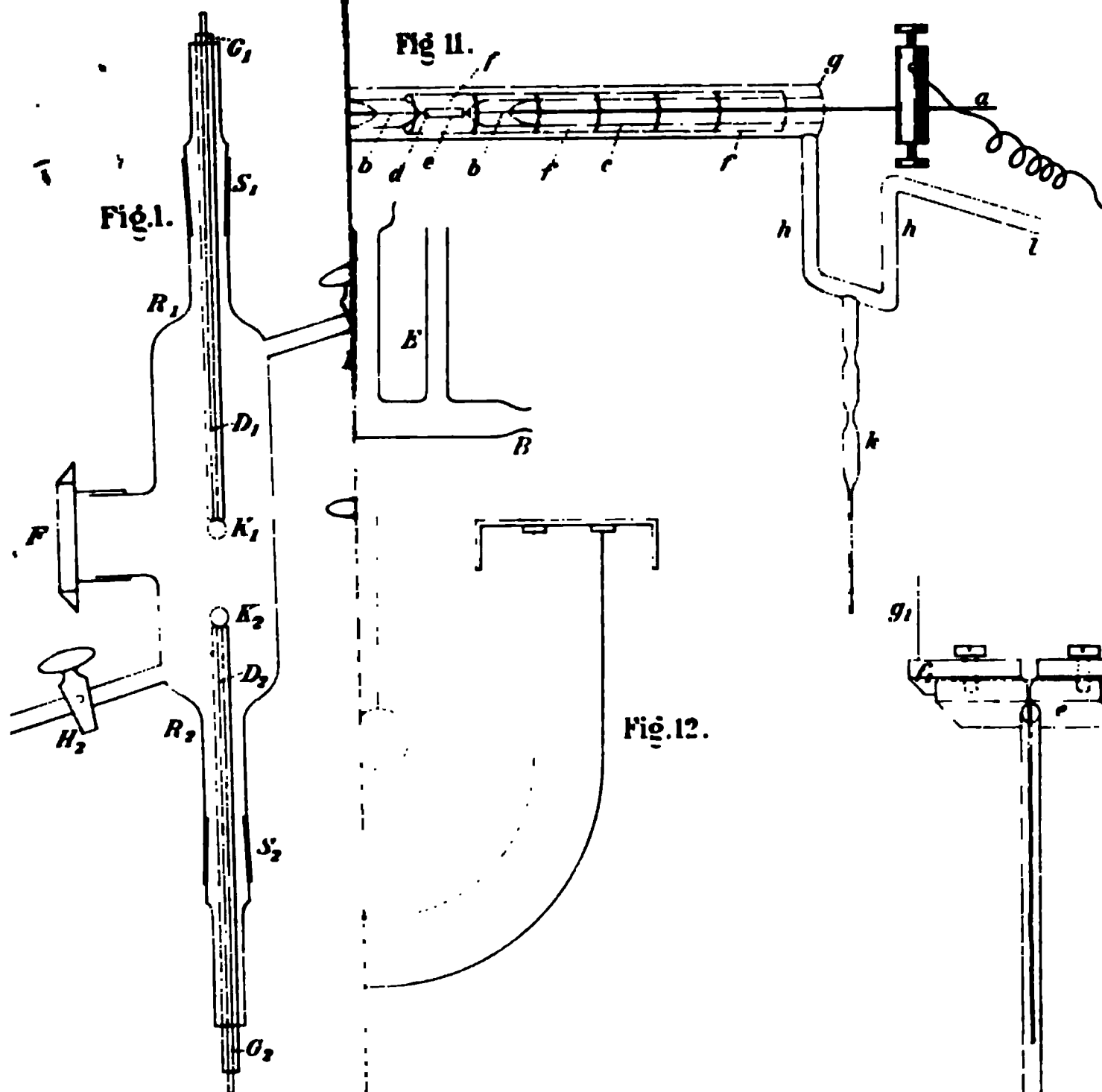
Nach Methode 2 sind überhaupt nur wenige Beobachtungen und nur mit Gitter I angestellt. Bei Gitter II kam,

zweimal rechteckig umgebogenen Theilen ABC und EDF , zwischen welche der Ring BD gelöthet ist. Bei A und F hat der Kupferdraht Spitzen, die auf Metall ruhen. Das Ganze schwingt um die Axe AF . Die Theile BC und DE haben Gewichtchen zur Regulirung der Schwingungszeit. In diesem Pendel schwingt ein zweites K , wie das erste am Kupferdraht bestehend. Mit Spitzen ruht es in den Näpfchen G und H , die auf den Ring des ersten Pendels gelöthet sind, und schwingt um die Axe GH , die senkrecht zur Axe AF steht. Dieses Pendel trägt das horizontale Spiegelchen S .

Will man nicht das Verhältniss 1:1 des ganzen und des inneren Pendels, sondern ein anderes Verhältniss, so verlängert man die Theile BC und DE und vereinigt diese Theile zur Verstärkung.

Zur objectiven Beobachtung muss man das horizontale Lichtbündel mit einem flachen Spiegel oder einem Prisma mit totaler Reflexion auf das Spiegelchen S werfen und bekommt die Schwingungscurve an der Decke.

Nieuwediep (Holland), im Juni 1887.



Top View

Fig. 7.

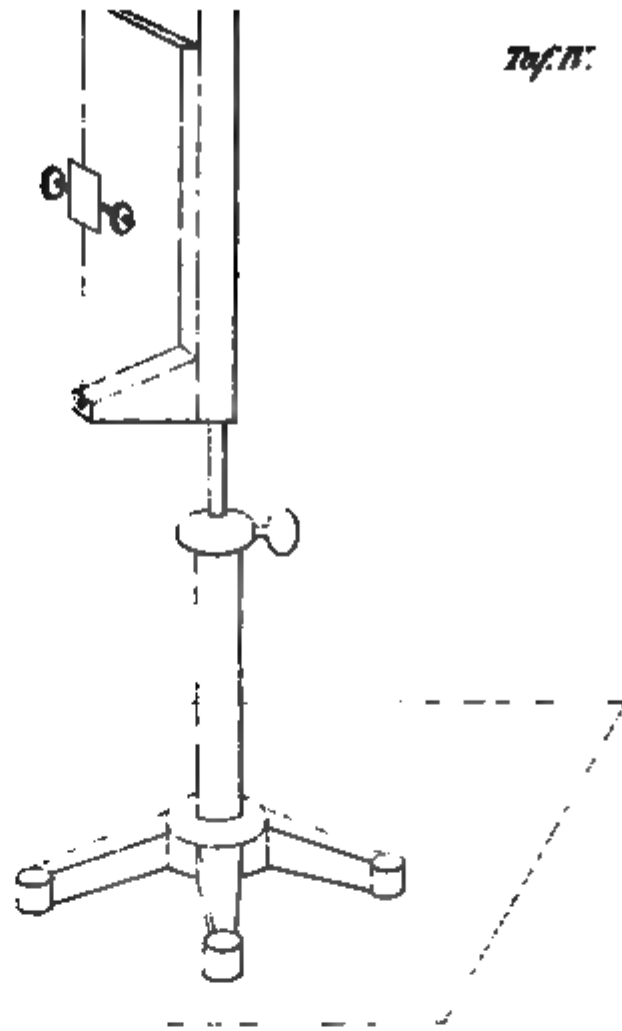
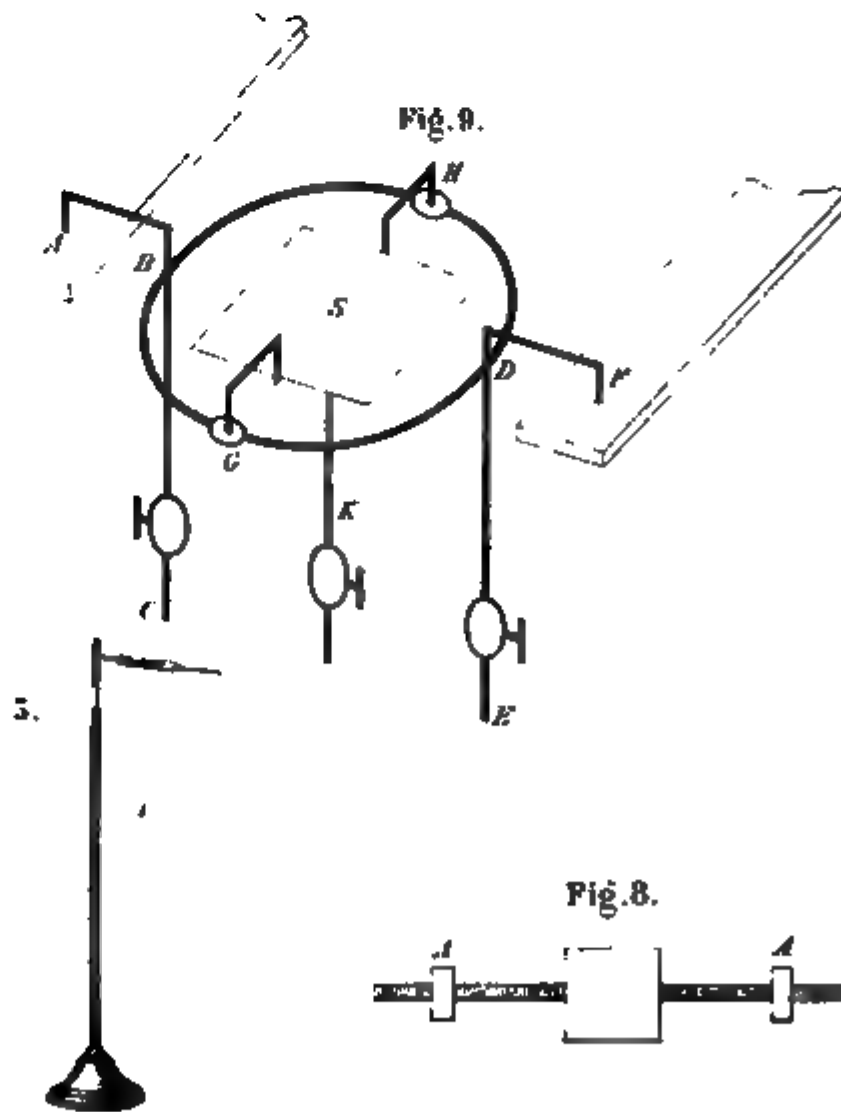


Fig. 9.



12/1/20

Diese Reihe wurde noch angefügt, weil sie beweist, dass bei einer Stromintensität, welche über die für das Maximum der Polarisation erforderliche hinausgeht, wieder eine Abnahme der O-Polarisation eintritt, welche zwar nicht bedeutend, sich der Beobachtung doch nicht entziehen kann.

Das Gleiche gilt für Pd und in noch auffallenderer Form für Au.

Da die O-Polarisation gleich nach Stromschluss mit geringeren Werthen einsetzt, so kann die Ursache wohl nicht in einer Diffusion des reichlicher entwickelten H zur Anode liegen; es könnte vielmehr angenommen werden, dass der lebhafter ausgeschiedene O die Anode weniger gleichmässig bedeckt als der sparsam entwickelte.

Die H-Polarisation hingegen kann bei Pt als unveränderlich angesehen werden; bei Pd und besonders bei Au ist die Dauer der Entwicklung der massgebendste Factor.

Phys. Inst. der Univ. Graz.

**V. Ueber das thermische und galvanische Verhalten einiger Wismuth-Zinn-Legirungen im magnetischen Felde;
von Albert von Ettingshausen und
Walther Nernst.**

(Aus den Sitzungsber. der kais. Acad. in Wien von den Herren Verfassern mitgetheilt.)

(Hierzu Taf. V Fig. 4–5.)

In einer vor etwa einem Jahre veröffentlichten Abhandlung „über das Hall'sche Phänomen“¹⁾ haben wir die Vermuthung ausgesprochen, dass dasselbe mit der thermoelectrischen Stellung der Substanzen in einer nahen Beziehung stehen dürfte. Zu dieser Annahme berechtigte unter anderem

1) v. Ettingshausen u. Nernst, Wien. Ber. 94. p. 560. 1886; Beibl. 11. p. 352. 1887.

Tabelle II.

	M (cgs)	R	M	$\frac{\Delta r}{r}$ in Proc.		M (cgs)	R	M	$\frac{\Delta r}{r}$ in Proc.
Bi ;	1650	-10,27	1600	2,58	LI ;	1920	-1,80	3870	2,18
	2520	9,50	3160	7,87		3560	1,19	8770	5,77
	3640	8,72	5880	19,7		6120	0,48	11500	7,45
	6080	7,14	8410	30,8		7630	0,18		
	8170	6,12	10470	40,2		9200	+0,047		
	9830	5,40	11200	43,6		11920	0,127		
	11100	4,95							
LII ;	2030	-0,68	3860	0,69	$LIII$;	3330	-0,047	3870	0,19
	3930	0,36	8670	2,27		6220	+0,015	8770	0,61
	5920	0,085	11400	3,18		8680	0,060	11500	0,87
	7280	+0,073				10070	0,078		
	8860	0,217				11350	0,092		
	11490	0,377							

	M (cgs)	R	M	$\frac{\Delta r}{r}$ in Proc.
LIV ;	200	+0,02	3860	0,09
	1900	0,022	8670	0,32
	3560	0,028	11400	0,46
	9200	0,039		
	11920	0,044		

Um die thermomagnetischen Wirkungen, sowie die galvanomagnetischen Temperaturänderungen zu beobachten, wurden dieselben Platten in folgender Weise hergerichtet. An die kurzen Seiten derselben sind Messingröhren mm (Fig. 4) von etwa 10 cm Länge und 0,5 cm Durchmesser gelöthet, durch welche Wasser von bestimmter Temperatur fließen kann, sodass in der Platte P ein gewisses Wärmegefälle hergestellt wird. An jede Messingröhre ist ein Kupferdraht d gelöthet, um durch die Platte auch einen galvanischen Strom leiten zu können. Die Röhren sind an einem passend ausgeschnittenen Holzrahmen H befestigt, an diesen ist ein Messingstab S geschraubt, sodass die Platten leicht zwischen die Flachpole des Electromagnets (in der Figur punktirt angedeutet) gebracht werden können.

An die Mitten der langen Rechtecksseiten sind die Löthstellen a_1 und a_2 von zwei Thermoelementen Neusilber-Kupfer

mit Watte umgeben, zwischen den Magnetpolen. Das Thermoelement, welches zur Bestimmung der Umgebungstemperatur diente, war in ein kleines, in den Eisenkern des Electromagnets gebohrtes Loch eingeführt. Für die (gleichfalls mit Watte umgebene) Platte wurde dann k_a ermittelt, indem man durch dieselbe einen galvanischen Strom von der absoluten Intensität J leitete und den Temperaturüberschuss τ der Platte über jene der Umgebung beobachtete; ist w der absolute Widerstand der Platte, so hat man:

$$k_a = \frac{2 \cdot 4 J^2 w}{2 (\gamma + \delta) k_i} \cdot 10^{-8}.$$

Um zu vermeiden dass die Platte hierbei durch Leitung an die Messingröhren Wärme abgebe oder von diesen empfangen, wurde durch die letzteren ein Strom warmen Wassers geleitet, und J derart regulirt, dass ein Thermoelement, dessen eine Löthstelle an die Platte angeschmolzen war, dessen andere in das Wasser der Röhren tauchte, keine Temperaturdifferenz zeigte. Sobald dies erreicht war, wurde der Temperaturunterschied τ zwischen Platte und Umgebung bestimmt. Die für k_a erhaltenen Werthe sind für:

	<i>Bi</i>	<i>LI</i>	<i>LII</i>	<i>LIII</i>	<i>LIV</i>
$k_a =$	0,00051	0,00041	0,00039	0,00041	0,00040,

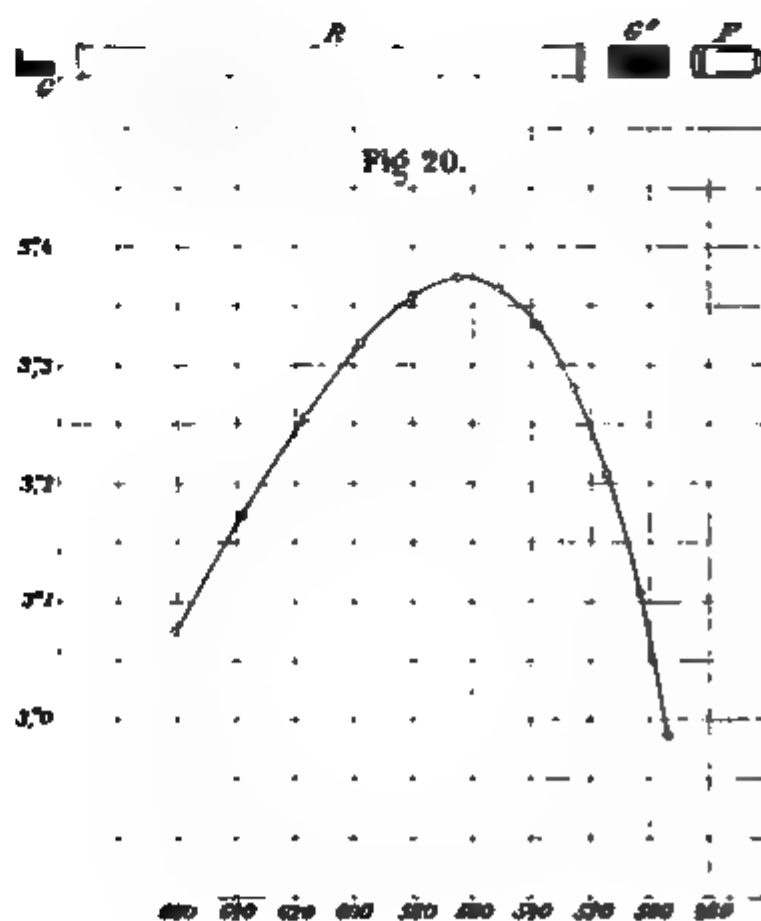
welche Werthe sämmtlich grösser sind als die von H. Weber¹⁾ für Neusilber (0,00030) und Eisen (0,00027) in Luft erhaltenen.²⁾

Bei Ermittlung des Verhältnisses k_a/k_i schienen nur die Versuche mit der reinen Wismuthplatte und den Legirungen I und III einigermaßen sichere Werthe zu liefern; für die

1) H. Weber, Pogg. Ann. 146. p. 282. 1873.

2) Es bestätigte sich, was bereits Wied. Ann. 31. p. 759. 1887 erwähnt wurde, dass k_a für die frei in der Luft stehende Platte sehr bedeutend kleiner ist, als für die zwischen die nahe gebrachten Polflächen gestellte und mit Watte allseitig umgebene. Dass bei früheren Versuchen (l. c.) die Abgabsconstante k_a viel grösser gefunden wurde, dürfte sich aus dem Umstande erklären, dass damals als Umgebungstemperatur jene der die Platte einhüllenden Watte genommen wurde; dadurch erschienen die Temperaturüberschüsse τ zu klein.

2





beide Fragen ein negatives Resultat geliefert; nach ihm ist weder das Absorptionsspectrum für eine Substanz constant, noch lässt sich die Kundt'sche Regel als allgemein gültig betrachten.

Im Anschluss an meine Beobachtungen über die Fluorescenz¹⁾ habe ich in den letzten zwei Jahren nun eine Reihe von Wahrnehmungen gemacht, die mich auf eine einfache Erklärung jener Anomalien hingeleitet haben.

Alle Untersuchungen, welche auf die Prüfung der oben erwähnten Gesetzmässigkeiten ausgingen, betrachteten stets als ihr Object einen Körper von bestimmter chemischer Zusammensetzung. Man beobachtete sein Absorptionsspectrum in den verschiedenen Aggregatzuständen und in verschiedenen Lösungsmitteln. Durchgreifende Gesetze fand man bei dieser Beobachtungsweise nicht; wie ich im Folgenden zeigen werde, muss man die Absorption des Lichtes primär bedingt ansehen durch die Grösse der physikalischen Molekel. Nur dann tritt mit der Aenderung des Aggregatzustandes oder durch den Lösungsprocess eine Aenderung im Absorptionsspectrum ein, wenn damit gleichzeitig eine Aenderung der physikalischen Molekel verknüpft ist; und umgekehrt, jede Aenderung im Charakter des Absorptionsspectrums ist mit einer Aenderung der physikalischen Molekel verbunden.

§ 2. Eindeutig ist definirt, was in chemischem Sinne als Molekel zu bezeichnen ist; damit sind aber die kleinsten Theilchen unserer Körper in physikalischer Beziehung nicht identisch, sondern im allgemeinen haben wir als physikalische Molekel²⁾ eine Verbindung von mehreren chemischen zu einer engeren Gruppe anzusehen. Im Gaszustande mögen sich in vielen Fällen beide Begriffe decken; bei niedriger Temperatur, resp. höherer Dichte, muss man aber selbst da bei einigen Substanzen, z. B. bei Essigsäuredampf³⁾, die

1) Fr. Stenger, Wied. Ann. 26. p. 201. 1886.

2) Naumann, Molecülverbindungen nach festen Verhältnissen. Heidelberg 1872.

3) Naumann, Lieb. Ann. 155. p. 325. 1870.

Folglich finden wir:

die scheinbare Compressibilität des
Wassers bei 9,00° im Piëzometer II = 0,000 046 02 Atm.⁻¹.

**Scheinbare Compressibilität des Wassers
bei 0,00° im Piëzometer II.**

Correction für das Steigen des Wassers in der Gabel . .	+0,010 cm,
„ „ „ Sinken „ „ im Piëzometer . .	+0,009 „,
„ „ die die Capillarwand benetzende Wassermenge	— 0,041 „,
Gesammtcorrection	— 0,022 cm.

Senkung im Piëzometer II in cm auf Normal- caliber- maass red.	corrigirt	Reducirter Druck in cm Hg	Senkung für 1 Atmosph. in cm	Bemerkungen
6,816	6,794	604,2	0,8546	
6,818	6,791	604,1	0,8544	
6,808	6,786	604,4	0,8533	
6,808	6,786	603,1	0,8549	
6,821	6,799	604,1	0,8554	
6,818	6,796	603,8	0,8554	
6,809	6,787	604,2	0,8537	Diese Werthe sind aus den Be- obachtungen mit Piëzometer I ab- geleitet. Vergl. p. 654.
6,807	6,785	604,1	0,8536	
6,807	6,785	604,4	0,8532	
6,804	6,782	603,1	0,8546	
6,820	6,798	604,1	0,8552	
6,825	6,803	603,8	0,8563	
Mittel				0,8546

Daraus ergibt sich:

die durch 1 Atm. im Piëzometer II erzeugte
scheinbare Volumenänderung des Wassers = 0,003 079 8 ccm,
der Inhalt des Piëzometers II bei 0,00° bis
zum Theilstrich 3,8 ist = 62,724 ccm.

Folglich finden wir:

die scheinbare Compressibilität des
Wassers bei 0,00° im Piëzometer II = 0,000 049 10 Atm.⁻¹.

Vergleicht man die in den vierten Columnen enthaltenen
Werthe mit einander, so erkennt man, dass die zufälligen
Fehler bei unseren Versuchen und namentlich bei den unter
günstigen Bedingungen angestellten Versuchen bei 17,95° sehr
klein sind. Die grösste in der auf p. 654 mitgetheilten vierten
Column vorkommende Differenz beträgt noch nicht 0,2 Proc.

$$(1) \quad u_1 = 1 + \frac{z'^4}{4 \cdot 3^2 \cdot 2} + \frac{z'^8}{8 \cdot 7^2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3^2 \cdot 2} + \frac{z'^{12}}{12 \cdot 11^2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 7^2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3^2 \cdot 2} + \dots$$

$$(2) \quad u_2 = z' + \frac{z'^5}{5 \cdot 4^2 \cdot 3} + \frac{z'^9}{9 \cdot 8^2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4^2 \cdot 3} + \frac{z'^{13}}{13 \cdot 12^2 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 8^2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4^2 \cdot 3} + \dots$$

$$(3) \quad u_3 = z'^2 + \frac{z'^6}{6 \cdot 5^2 \cdot 4} + \frac{z'^{10}}{10 \cdot 9^2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5^2 \cdot 4} + \frac{z'^{14}}{14 \cdot 13^2 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 9^2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5^2 \cdot 4} + \dots$$

Ein viertes Integral, entsprechend der doppelten Wurzel $\alpha = 1$, findet man, wenn man auf u für $\alpha = 1$ folgende Betrachtung anwendet:

Führt man in die Differentialgleichung für u den Differentialquotienten von u nach α ein, so erhält man dasselbe Resultat, als ob man die Gleichung nach α differenziert, d. h. es muss auch $du/d\alpha$ eine Lösung sein. Die Ausführung der angedeuteten Differentiation ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\alpha} = u \cdot \log z' - & \left\{ \frac{z'^{\alpha+4}}{(\alpha+4)(\alpha+3)^2(\alpha+2)} \left(\frac{1}{\alpha+4} + \frac{2}{\alpha+3} + \frac{1}{\alpha+2} \right) \right. \\ & + \frac{z'^{\alpha+8}}{(\alpha+8)(\alpha+7)^2(\alpha+6)(\alpha+4)(\alpha+3)^2(\alpha+2)} \\ & \cdot \left(\frac{1}{\alpha+4} + \frac{2}{\alpha+3} + \frac{1}{\alpha+2} + \frac{1}{\alpha+8} + \frac{2}{\alpha+7} + \frac{1}{\alpha+6} \right) + \dots \left. \right\}. \end{aligned}$$

Also ist für $\alpha = 1$:

$$(4) \quad u_4 = u_2 \cdot \log z' - \left\{ \frac{z'^5 \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right)}{5 \cdot 4^2 \cdot 3} + \frac{z'^9 \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{2}{7} + \frac{1}{6} \right)}{9 \cdot 8^2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4^2 \cdot 3} + \dots \right\}.$$

Dieses Integral ist indessen auszuschliessen, weil es für $z' = 0$ unendlich gross wird.

Daher ist das zu betrachtende Integral der Differentialgleichung:

$$(II) \quad u = C_1 u_1 + C_2 u_2 + C_3 u_3,$$

wo C_1 , C_2 und C_3 willkürliche Constanten bedeuten.

§ 4. Berechnung der Schwingungszahlen der Partialtöne.

Da der Stab an seinem dünnen Ende frei ist, so gelten die Bedingungen, dass für $z = 0$:

$$(III) \quad z' \cdot \frac{d^2 u}{dz'^2} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d}{dz'} \left(z' \cdot \frac{d^2 u}{dz'^2} \right) = 0.$$

Setzt man nun in dem Ausdrucke für:

$$C_1 \cdot z' \cdot \frac{d^2 u_1}{dz'^2} + C_2 \cdot z' \cdot \frac{d^2 u_2}{dz'^2} + C_3 \cdot z' \cdot \frac{d^2 u_3}{dz'^2}$$

$z = 0$, so wird die erste Bedingung (III) erfüllt.

Alsdann ist:

$$(XI.) \quad u = C_1 u_1 + C_2 u_2.$$

Da der den Sector begrenzende Bogen fest ist, so gelten für $z = l$ die Bedingungen (V), d. h. es ist:

$$0 = C_1 u_1 + C_2 u_2 \text{ und } 0 = C_1 \cdot \frac{du_1}{dz'} + C_2 \cdot \frac{du_2}{dz'},$$

woraus, analog (VI), folgt:

$$(XII.) \quad u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} = 0.$$

Nun folgt aus den Reihen für u_1 und u_2 , dass sein muss:

$$u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} = z' + A_1 \cdot z'^5 + A_2 z'^9 + A_3 \cdot z'^{13} + \dots$$

Zur Bestimmung der Coëfficienten A_1, A_2 etc. kann man aber eine Differentialgleichung vierter Ordnung aufstellen. Nach (X) ist:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{dz'^2} + \frac{1}{z'} \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 &= 0 \\ \text{und } \frac{d^2 u_2}{dz'^2} + \frac{1}{z'} \cdot \frac{du_2}{dz'} + u_2 &= 0. \end{aligned}$$

Multipliziert man diese Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{mit } \frac{du_2}{dz'} \text{ und } u_2 \text{ oder } u_2 \\ \frac{du_1}{dz'} \quad u_1 \quad - u_1 \end{aligned}$$

und addirt sie jedesmal, so findet man:

$$\begin{aligned} a) \quad u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} &= -\frac{1}{z'^2} \cdot \frac{d}{dz'} z'^2 \cdot \frac{du_1}{dz'} \cdot \frac{du_2}{dz'}, \\ b) \quad z' \left(u_2 \cdot \frac{d^2 u_1}{dz'^2} + u_1 \cdot \frac{d^2 u_2}{dz'^2} \right) + \frac{d}{dz'} (u_1 \cdot u_2) &= 0, \\ c) \quad 2 u_1 \cdot u_2 &= \frac{1}{z'} \cdot \frac{d}{dz'} z' \cdot \left(u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} \right). \end{aligned}$$

Mit Hülfe der identischen Gleichung:

$$\frac{d^2}{dz'^2} (u_1 \cdot u_2) = u_2 \cdot \frac{d^2 u_1}{dz'^2} + u_1 \cdot \frac{d^2 u_2}{dz'^2} + 2 \frac{du_1}{dz'} \cdot \frac{du_2}{dz'}$$

kann man (b) transformiren in:

$$\frac{du_1}{dz'} \cdot \frac{du_2}{dz'} = \frac{1}{2z'} \cdot \frac{d}{dz'} z' \cdot \frac{d}{dz'} (u_1 \cdot u_2).$$

Mit Rücksicht hierauf und auf Gl. (c) wird schliesslich (a):

$$u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} \\ = - \frac{1}{4z'^2} \cdot \frac{d}{dz'} z' \cdot \frac{d}{dz'} z' \cdot \frac{d}{dz'} \frac{1}{z'} \cdot \frac{d}{dz'} z' \cdot \left(u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} \right).$$

Durch Einsetzen der Reihe erhält man:

$$u_2 \cdot \frac{du_1}{dz'} - u_1 \cdot \frac{du_2}{dz'} = z' - \frac{1}{(2 \cdot 4) 2^2 \cdot 3} z'^6 + \frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8) (2 \cdot 4)^2 \cdot 5} z'^9 - \dots$$

So wird die Gleichung zur Bestimmung der möglichen Tonhöhen:

$$(XIII) \quad \left\{ \begin{aligned} 0 &= 1 - \frac{1}{(2 \cdot 4) 2^2 \cdot 3} z'^4 + \frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8) (2 \cdot 4)^2 \cdot 5} z'^8 \\ &\quad - \frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12) (2 \cdot 4 \cdot 6)^2 \cdot 7} z'^{12} + \dots \end{aligned} \right.$$

Als die ersten sechs Wurzeln dieser Gleichung fand ich

$z_1' = 3,1962;$	$z_6' = 15,7080;$
$z_2' = 6,3065;$	$z_8' = 18,8496;$
$z_3' = 9,4391;$	$— — — —$
$z_4' = 12,5664;$	$— — — —$

Man sieht, dass die Differenz zweier aufeinander folgenden Wurzeln wie in § 4 gegen π convergirt. Auch hier ist:

$$z_n' = a_n l, \quad a^2 = \frac{\lambda_n}{h} \cdot \sqrt{\frac{E}{3\mu}},$$

und entsprechend der Gl. (VIII) in § 4:

$$(XIV) \quad \lambda_n = z_n'^2 \cdot \frac{h}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{3\mu}}.$$

Demnach ergeben sich alle Töne des Sectors etwas höher, als beim prismatischen Stabe. Es ist das ein auf den ersten Blick auffallendes Resultat; wir werden am Schluss der Abhandlung näher darauf eingehen.

Was die Lage der Knotenpunkte anbetrifft, so findet für diese, analog (IX), die Gleichung statt:

$$(XV) \quad 0 = u_1 \cdot u_2^{(n)} - u_2 \cdot u_1^{(n)},$$

wenn man mit $u_2^{(n)}$ und $u_1^{(n)}$ die Werthe von u_2 und u_1 für z_n' bezeichnet.

Nennt man, wie oben, die Wurzeln der Gl. (XV) $z_n^{(n)}$,

so ist der zugehörige Werth von z , welches die Entfernung eines Knotenpunktes vom freien Ende angibt:

$$z = \frac{z_n^{(m)}}{z_n'} l.$$

Es ist:

$u_1^{(1)} = 5,7292;$	$u_2^{(1)} = - 0,3192;$
$u_1^{(2)} = 88,9903;$	$u_2^{(2)} = + 0,2252;$
$u_1^{(3)} = 1655,3537;$	$u_2^{(3)} = - 0,1838;$
$u_1^{(4)} = 32605,3719;$	$u_2^{(4)} = + 0,1574;$
$u_1^{(5)} = 673\,409,1768;$	$u_2^{(5)} = - 0,1768;$
$u_1^{(6)} = 14\,205\,189,3803;$	$u_2^{(6)} = + 0,1325;$

Als Wurzeln von Gl. (XV) findet man:

$$\begin{aligned} & z_1 = 2,3906; \\ & z_2 = 2,4055; \quad z_3^{(2)} = 5,5061; \\ & z_3 = 2,4048; \quad z_4^{(2)} = 5,5206; \quad z_4^{(3)} = 8,6397; \\ & z_4 = 2,4048; \quad z_5^{(2)} = 5,5201; \quad z_5^{(3)} = 8,6543; \quad z_5^{(4)} = 11,7798; \\ & z_5 = 2,4048; \quad z_6^{(2)} = 5,5201; \quad z_6^{(3)} = 8,6540; \quad z_6^{(4)} = 11,7926; \quad z_6^{(5)} = 14,9310; \\ & \text{---} \quad \text{---} \end{aligned}$$

Auch hier ist es augenscheinlich, dass sich die Wurzeln constanten Grössen nähern.

Zieht man in Betracht, dass u_1 und u_2 die Bessel'schen Functionen $J_0(iz')$ und $J_0(z')$ sind, und daher die Relationen stattfinden:

$$J_0'(z') = -J_1(z'); \quad J_0'(iz') = \frac{1}{i} J_1(iz'),$$

so kann man Gl. (XII) schreiben:

$$0 = \frac{J_0(z')}{J_1(z')} + i \cdot \frac{J_0(iz')}{J_1(iz')}.$$

Entwickelt man diese Functionen nach fallenden Potenzen von z' , so ist¹⁾:

$$\begin{aligned} J_0(z') = & \sqrt{\frac{2}{\pi z'}} \left\{ \left(1 - \frac{(1 \cdot 3)^2}{1 \cdot 2 (8z')^2} + \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 (8z')^4} - \dots \right) \cos\left(z' - \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{1^2}{1 \cdot 8z'} - \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 (8z')^3} + \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 (8z')^5} - \dots \right) \sin\left(z' - \frac{\pi}{4}\right) \right\}. \end{aligned}$$

1) Siehe E. Lommel, Studien über die Bessel'schen Functionen. p. 8 u. 57.

Hiernach ist das Leitungsvermögen des weichen Stahles also um beinahe 80 Procent grösser als dasjenige des harten. Ja, da mit dem Erwärmen zu Temperaturen von der Ordnung des siedenden Wassers schon ein merkliches Anlassen vor sich geht, so würde das Leitungsvermögen in niedriger Temperatur bestimmt bei dem harten Stabe noch etwas kleiner ausgefallen sein.

Ferner wurde das electriche Leitungsvermögen der beiden Stäbe bestimmt, indem man einen constanten gemessenen Strom hindurchsandte und mittelst zweier aufgesetzter Schneiden hiervon einen Strom durch ein empfindliches Galvanometer in einer Leitung von 5000 bis 10000 Ohm Widerstand abzweigte. Der Reductionsfactor auf absolutes Strommaass war mit Hülfe eines Clark'schen Elementes bestimmt worden. Die auf Quecksilber bezogenen Leitungsvermögen sind nach einer Messung von Hrn. Sheldon:

$$\alpha \text{ hart} = 3,3, \quad \alpha \text{ weich} = 5,5.$$

Es wurde noch ein geglühter und langsam erkalteter Stab von gleichen Dimensionen aus Schmiedeeisen untersucht.¹⁾ Sein Leitungsvermögen war noch um 40 Proc. grösser als dasjenige des weichen Stahles:

$$\alpha \text{ weiches Schmiedeeisen} = 7,6.$$

Dass sein Wärmeleitungsvermögen in ähnlichem Verhältniss grösser war, zeigte ein Versuch in der Kältemischung (S. 680. Anm.). Die Beschlagshöhe betrug bei dem harten Stahl 72 mm, bei dem weichen Stahl 92 mm, bei dem weichen Eisen 110 mm.

Als Verhältniss des Wärmeleitungsvermögens k zu dem electriche Leitungsvermögen α ist also gefunden worden:

Harter Stahl	Weicher Stahl
$\frac{k}{\alpha} = \frac{0,062}{3,3} = 0,019$	$\frac{0,111}{5,5} = 0,020.$

Die entsprechenden Zahlen bei Kirchhoff und Hansemann lauten für 15°:

1) Dieses Eisen wurde von Flussspath geritzt; der weiche Stahl von Apatit, der harte von Quarz.

$$(2) \quad v_1^2 + v_2^2 = \frac{w^2}{2} + 2V^2, \quad (3) \quad w^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \psi,$$

so ist die Zahl derjenigen Zusammenstösse, für welche die drei Geschwindigkeiten V, w, v_1 zwischen den Grenzen V und $V + dV$, w und $w + dw$, v_1 und $v_1 + dv_1$ enthalten sind:

$$(4) \quad \frac{16 N^2 R^2}{\alpha^6 \nu} V w^3 v_1 e^{-\frac{2V^2}{\alpha^2} - \frac{w^2}{2\alpha^2}} dV dw dv_1.$$

Wird dieser Ausdruck nach v_1 und w integriert und mit der gesamten Anzahl der stattfindenden Zusammenstösse verglichen, so liefert er die gesuchte Wahrscheinlichkeit einer Geschwindigkeit $V, V + dV$ des Schwerpunktes. Bei der ersten Integration ist jedoch zu beachten, dass (2) und (3) zufolge in $\frac{1}{2}w^2 + V^2 + Vw$ das Maximum, in $\frac{1}{2}w^2 + V^2 - Vw$ das Minimum von v_1^2 gegeben ist, sodass:

$$(5) \quad \frac{16 N^2 R^2}{\alpha^6 \nu} V^2 w^3 e^{-\frac{2V^2}{\alpha^2} - \frac{w^2}{2\alpha^2}} dV dw$$

Zusammenstösse in der Zeiteinheit vorkommen, in welchen V und w zwischen V und $V + dV$, w und $w + dw$ liegen. Gleichzeitig verlaufen daher:

$$(6) \quad \frac{32 N^2 R^2}{\alpha^6 \nu} \tau V^2 e^{-\frac{2V^2}{\alpha^2}} w^3 e^{-\frac{w^2}{2\alpha^2}} \sin \psi \cos \psi d\psi dw dV$$

derartige Zusammenstösse, in welchen noch überdies der Winkel ψ zwischen ψ und $\psi + d\psi$ enthalten ist. Fragt man nach der Wahrscheinlichkeit eines solchen Zusammenstosses, so hat man (6) mit Nc_2 zu dividieren; dies liefert:

$$(7) \quad \frac{8}{\alpha^3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\tau w^3 e^{-\frac{w^2}{2\alpha^2}} \sin \psi \cos \psi d\psi dw}{\int_W^\infty \int_\psi^{\pi/2} \tau w^3 e^{-\frac{w^2}{2\alpha^2}} \sin \psi \cos \psi d\psi dw} V^2 e^{-\frac{2V^2}{\alpha^2}} dV.$$

Um die Wahrscheinlichkeit von $V, V + dV$ allein zu finden, muss nach ψ und w integriert werden; es kommt dafür:

$$(8) \quad \left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right)^3 V^2 e^{-\frac{V^2}{(\alpha/\sqrt{2})^2}} dV,$$

machen, dass ein theilweiser Uebertritt dieser Art auch schon bei isolirter äusserer Hülle stattfindet. Vergleiche ich aber diese Resultate mit den früher erhaltenen, die ich schon in einem kurzen Satze an der Spitze dieser Abhandlung zusammenfasste, so ergibt sich für mich der höchst wahrscheinliche Schluss, dass von einem jeden electrisirten Körper Electricität in die umgebende Luft eindringt, dass dieser Uebergang durch eine geeignete Ableitung der Luft verstärkt werden kann, und dass endlich die Vergrösserung der Oberfläche des geladenen Körpers in Luft von gewöhnlicher Dichte den gleichen Erfolg nach sich zieht, wie die Verdünnung der Luft bei kleiner Oberfläche des geladenen Körpers; diese letztere Folgerung ist aber bei Annahme einer Leitung der Electricität durch die Gase eine nothwendige Consequenz der Anschauungen der kinetischen Gastheorie. Was für die Luft hier ausgesprochen ist, gilt nach meinen früheren Versuchen unzweifelhaft auch für die übrigen Gase, deren Unterschiede sich aber stärker nur bei geringerer Dichte geltend machen.

**X. Bemerkungen zu einem Aufsatze
des Hrn. P. Duhem, die Peltier'sche Wirkung
in einer galvanischen Kette betreffend;
von A. Gockel.**

In Compt. rend. 104. p. 1697. 1887 wendet sich Herr P. Duhem gegen eine von mir veröffentlichte Arbeit¹⁾, welche den Zweck hatte, zu untersuchen, ob sich die Differenz zwischen der gesamten in einer galvanischen Kette entwickelten Wärme und dem in Stromenergie übergegangenen Antheil derselben (galvanische Wärme) darstellen lässt durch die von v. Helmholtz gegebene Formel:

$$Q = (dp/d\vartheta) (E/J),$$

¹⁾ A. Gockel, Wied. Ann. 24. p. 618. 1885.

nete Wärme sollte gleich sein der Differenz zwischen der gesammten im Element verbrauchten Wärme und dem in Stromenergie übergegangenen Antheil derselben. Meine Experimente haben bewiesen, dass dieses im allgemeinen nicht der Fall ist. Ob diese Differenz zwischen Theorie und Beobachtung von unrichtig bestimmten Wärmetönungen herührt, wie man nach den Arbeiten von Jahn¹⁾ annehmen kann, scheint mir eine noch der experimentellen Lösung harrende Frage zu sein.

Nachtrag. Als Vorstehendes schon gedruckt war, erhielt ich einen weiteren Aufsatz von Duhem.²⁾ Mit Bezug darauf bemerke ich: die Resultate, die ich erhielt, indem ich die Veränderlichkeit der electromotorischen Kraft einer Kette mit der Temperatur dadurch bestimmte, dass ich die thermische Veränderlichkeit der electromotorischen Kraft an den einzelnen Contactstellen, z. B. Kupfer-Kupfervitriol, Kupfervitriol-Zinkvitriol, Zinkvitriol-Zink, Zink-Kupfer mass, stimmen mit den von Czapsky und Jahn gewonnenen Zahlen überein. Letzterer hat meine Resultate theilweise bei seinen Rechnungen verwerthet und dabei Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie erhalten.

Tauberbischofsheim, im Januar 1888.

1) Jahn, Wied. Ann. 28. p. 21 u. 491. 1886.

2) Duhem, Ann. de chim. et de phys. (7) 12. p. 433. 1887.

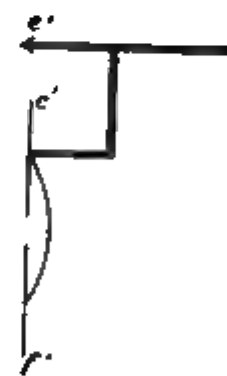
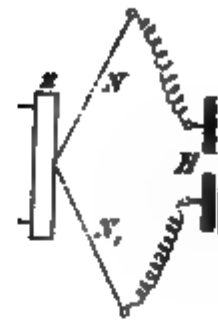
Berichtigungen.

Bd. XXXI. (Nahrwold) p. 449 Z. 16 v. u. muss es 0,5 mm statt 5 mm heissen.

Bd. XXXII. (O. E. Meyer) p. 646 Z. 8 v. o. sind am Anfang die Worte: „für $r > R$ “ hinzuzufügen.

Bd. XXXIII. (v. Oettingen und v. Gernet) p. 592 Z. 23 v. o. lies Fig. 12 statt Fig. 2.

Fig. 6.



5b.
Maschine N° 5.



Punkt

Fig. 6b
Schema der Doppelexplosion N° 6

Fig. 8b.
Schema der Doppelexplosion N° 8.

Fig. 11.

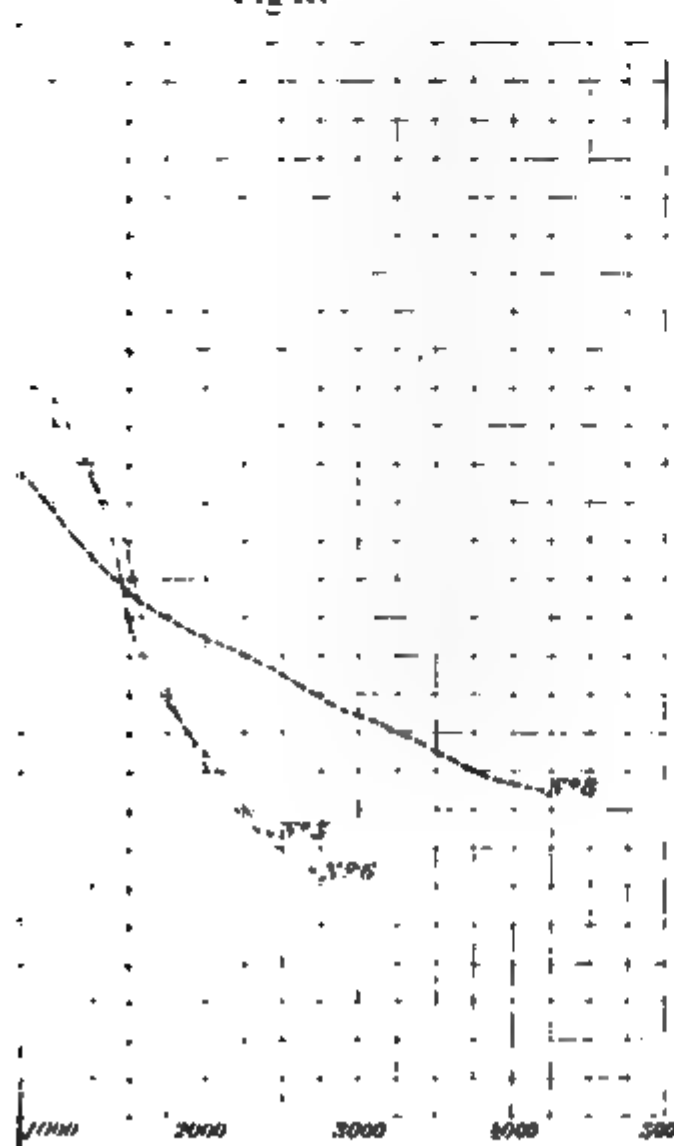


Fig. 10.

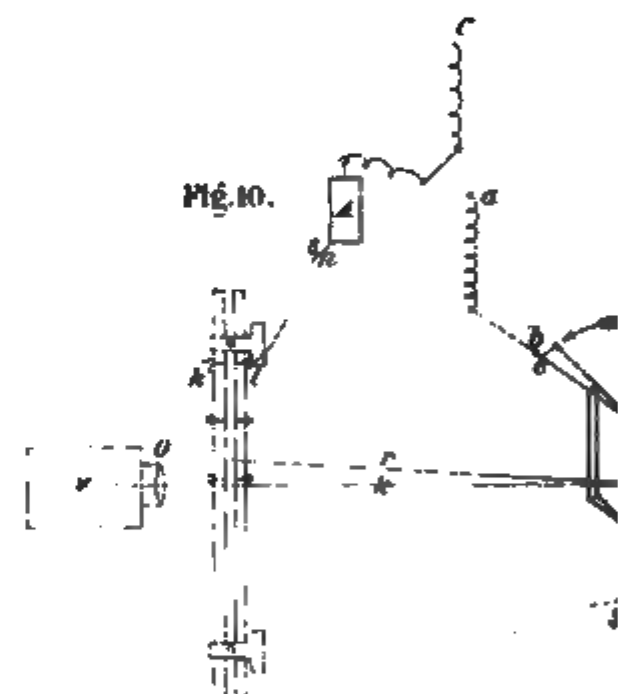
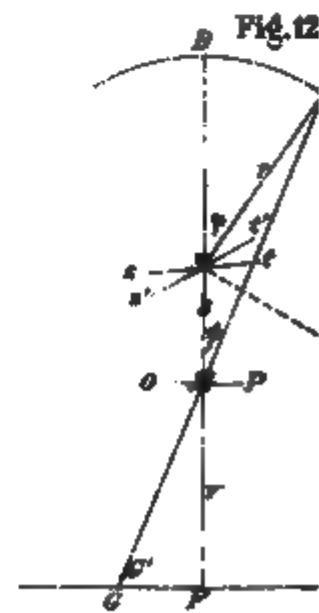


Fig. 9b



Fig. 12





OCT 9 - 1939

